

# **DIFFUSION AU SEIN D'UN RÉSEAU : LE PROCESSUS DE PÓLYA-EGGENBERGER**

**Fabrice Lequeux**

**Extrait de la Thèse de Doctorat**

**« Concurrence et effets de dominance économique dans l'industrie multimédia »**

**Université de Paris I Panthéon Sorbonne, décembre 2002**

Les modèles de diffusion technologique ont largement mobilisé les externalités directes et indirectes de réseau afin d'expliquer comment une technologie peut se propager au sein d'une structure réticulaire [Foray, 1989]. Pour Arthur [1988a, 1988b, 1989], la diffusion technologique obéit à un processus dynamique d'auto-renforcement, dont le moteur réside dans l'action même d'adopter. Il établit alors la notion de *rendements croissants d'adoption* (RCA). Afin de mettre en évidence le rôle des externalités de réseau dans la diffusion des technologies, le modèle d'Arthur présente deux situations types de compétition technologique. Dans le premier cas, les caractéristiques des technologies ne changent pas au cours du processus d'adoption et leur rendement dépend donc uniquement du niveau présent d'adoption. Dans le second cas, le rendement de chaque technologie est également affecté par le niveau des adoptions futures, ce qui conduit les agents à anticiper sur le choix ultérieur des utilisateurs<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Ce second cas concerne essentiellement la compétition entre standards. Voir notamment Katz et Shapiro [1986] ainsi que Farrell et Saloner [1985, 1986a, 1986b].

### A. – La propriété de *path-dependence*

Le modèle de base considère deux technologies *A* et *B*, qui ne sont pas « sponsorisées »<sup>2</sup>. Par ailleurs, on fait l’hypothèse qu’il existe deux types d’agents *R* et *S* (en nombre équivalent) qui se distinguent par leur préférence naturelle, respectivement pour la technologie *A* et *B*. A chaque période *t*, chaque agent *i* choisit donc entre la technologie *A* et la technologie *B*. Le cas des rendements d’adoption croissants, décroissants ou constants est pris en compte en considérant que, pour chaque agent, la valeur nette de la technologie *A* ou *B* dépend :

- du nombre d’utilisateurs actuels  $n_A$  et  $n_B$ , à la période où il fait son choix (son gain augmente linéairement avec le nombre d’utilisateurs) ;
- des rendements d’adoption croissants, décroissants ou constants donnés par  $r$  et  $s$ , respectivement positif, négatif ou nul ;
- de la préférence naturelle des agents pour l’une ou l’autre des technologies. On a donc  $a_R > b_R$  et  $a_S < b_S$  pour signifier que les agents de type *R* ont une préférence pour la technologie *A*, tandis que les agents de type *S* préfèrent la technologie *B*.

Pour chaque type d’agent, les rendements associés à l’adoption des technologies sont représentés dans le tableau suivant.

Tableau 5 : Rendements associés à l’adoption des technologies  
dans le modèle de Arthur [1988a, 1988b, 1989]

	<b>Technologie A</b>	<b>Technologie B</b>
<b>Agent R</b>	$a_R + rn_A$	$b_R + rn_B$
<b>Agent S</b>	$a_S + sn_A$	$b_S + sn_B$

*Source : Arthur [1989]*

<sup>2</sup> Pour Arthur [1989], les technologies « sponsorisées » sont des technologies privées (*proprietary*), dont le prix peut être déterminé par la firme propriétaire, et qui sont susceptibles d’être stratégiquement utilisées par celle-ci. Au contraire, les technologies « non sponsorisées » sont ouvertes et ne peuvent pas faire l’objet de manipulation stratégiques.

La diffusion des technologies obéit à une dynamique fondée sur les rendements croissants d'adoption. Ainsi, plus une technologie est adoptée, plus elle accroît son rendement, devenant par là plus attractive pour les utilisateurs potentiels. Ce schéma repose donc en partie sur une dynamique héréditaire (représentée par des mécanismes d'auto-renforcement), qui accorde une importance particulière aux choix effectués par les premiers utilisateurs. C'est ce que Arthur [1988a] appelle la propriété de *path-dependence*<sup>3</sup>. Liebowitz et Margolis [1998a] résument cette propriété en ces termes : « *Where we are today is a result of what has happened in the past* ». Ce sont donc les premiers moments de la compétition qui en déterminent l'issue finale.

Par ailleurs, puisque les agents de type *R* et *S* sont en nombre équivalent, l'adoption de la technologie *A* et l'adoption de la technologie *B* par le premier utilisateur sont des événements équiprobables. L'ordre d'arrivée des agents, ou autrement dit l'adoption de l'une ou l'autre technologie au cours des toutes premières périodes, dépend alors de « petits événements inconnus » (*small unknown events*), exogènes au modèle<sup>4</sup>. De cette façon, la diffusion des technologies repose sur une dynamique à la fois héréditaire et stochastique, propres au processus de Pólya-Eggenberger [1923] (cité par Arthur et al. [1987]).

De manière relativement simple, le processus de Pólya-Eggenberger peut s'énoncer de la manière suivante : à un instant *t*, le choix entre un nombre fini et connu d'alternatives est influencé par la distribution des choix précédemment effectués entre ces mêmes alternatives. Autrement dit, la distribution des choix antérieurs ne détermine pas automatiquement le choix à venir, mais indique la probabilité que chacune des alternatives soit retenue. Pólya et Eggenberger [1923] ont illustré ce schéma dans le célèbre exemple de l'urne<sup>5</sup>. Dans une urne de capacité infinie, une boule rouge et une boule blanche ont été préalablement placées. A chaque période, on tire aléatoirement une seule boule puis, après l'avoir replacée dans l'urne, on y ajoute une boule supplémentaire de couleur identique. A chaque période *t*, la probabilité de tirer une boule rouge (ou blanche) est alors strictement égale à la proportion de boules rouges (blanches) qui ont été placées dans l'urne. Ce processus est donc *path-dependent*.

---

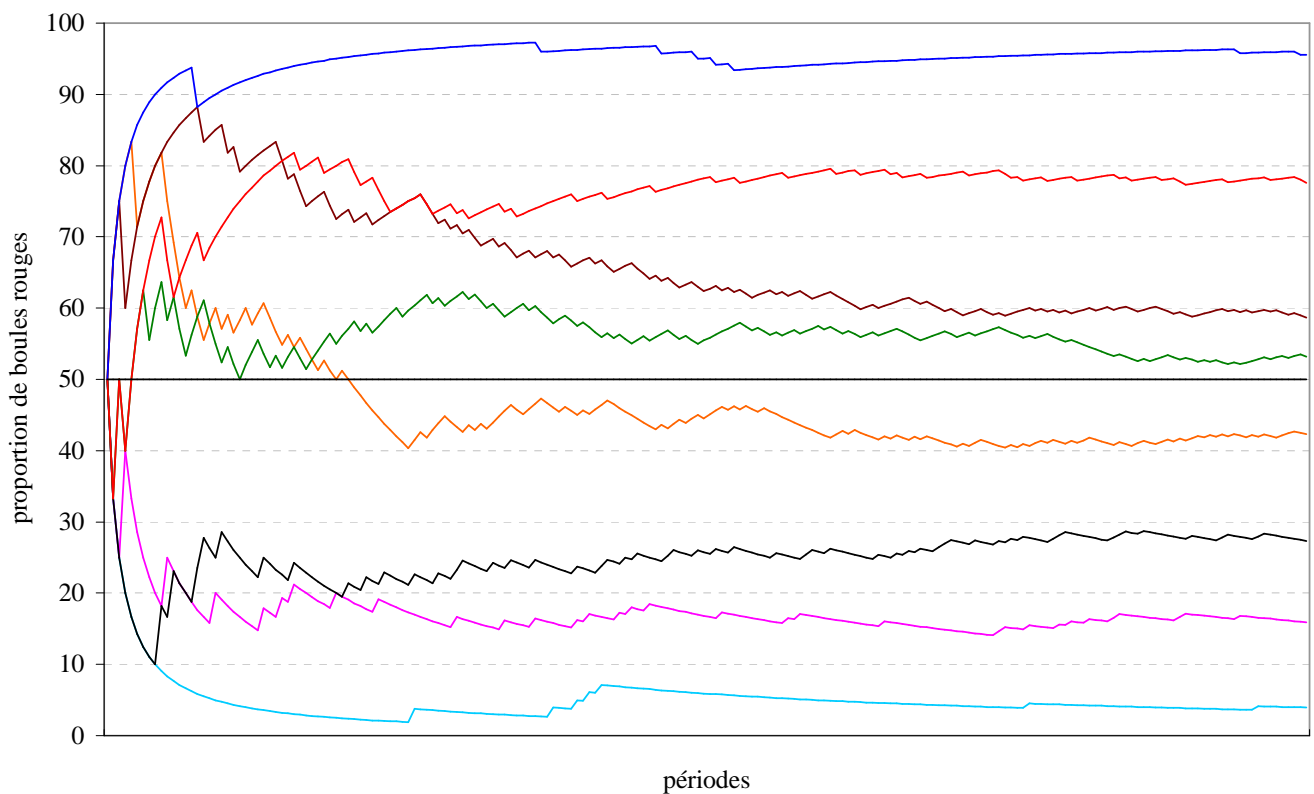
<sup>3</sup> Pour une revue de la littérature concernant l'utilisation des processus « dépendants du sentiers » en économie industrielle, voir Antonelli [1997].

<sup>4</sup> Pour David [1985], il s'agit « d'accidents historiques » (*historical accidents*).

<sup>5</sup> Voir également Dosi, Ermoliev et Kaniovski [1994].

La question qui se pose alors est de savoir comment évolue la distribution des probabilités (des proportions) sur le long terme. Ces probabilités varient-elles inexorablement entre 0 et 1, ou tendent-elles vers une limite, constituant ainsi l'émergence d'une « structure »? Reprenant les travaux de Pólya et Eggenberger [1923], Arthur, Ermoliev et Kaniovski [1987] ont montré que, de période en période, la distribution des probabilités tendait à se stabiliser, exprimant ainsi l'apparition d'une « structure ». Autrement dit, lorsque  $t \rightarrow \infty$ , la probabilité de tirer une boule rouge tend vers une limite  $X$ , avec une probabilité égale à 1 ;  $X$  étant une variable aléatoire, uniformément distribuée entre 0 et 1.

*Figure 22 : Processus de Pólya et émergence de structures*



Les simulations de la figure 22 montrent clairement ce phénomène<sup>6</sup>. Pour chaque série, la proportion de boules rouges (la probabilité de tirer une boule rouge) part de 50% à la période 0 et fluctue autour d'un point fixe qui constitue sa limite de long terme. Bien entendu, il existe des perturbations issues du tirage aléatoire des boules. Cependant, l'addition d'une boule supplémentaire à chaque période constitue une perturbation de plus en plus faible compte tenu de l'accroissement du nombre total de boules dans l'urne. Ainsi, les déviations s'amenuisent de période en période et la distribution des probabilités tend vers sa limite de long terme. Cette limite varie aléatoirement à chaque lancement du processus de Pólya-Eggenberger, en fonction des premiers mouvements aléatoires. Les proportions de boules rouges et blanches se stabilisent, et la structure qui en résulte est donc parfaitement aléatoire.

*« Of course, there are perturbations to the proportion red caused by the random sampling of balls ; but unit additions to the urn make less and less difference to the proportions as the total number of balls grows, and therefore the effect of these perturbations dies away. The process then fluctuates less and less, and, since it does not drift, it settles down. Where it settles, of course, depends completely on its early random movements »<sup>7</sup>.*

Il est important de remarquer que le processus de Pólya-Eggenberger ne répond absolument pas à la propriété d'ergodicité. En effet, bien que le processus converge vers un vecteur de probabilités stable à long terme, ce dernier dépend entièrement des mouvements aléatoires qui se sont produits au cours des toutes premières périodes. Il ne peut en aucun cas être connu au début du processus. Les processus *path-dependent* sont donc fondamentalement non ergodiques.

---

<sup>6</sup> Dans notre programme informatique, nous avons reproduit le processus de Pólya-Eggenberger. Nous avons ensuite effectué de nombreuses simulations, desquelles nous avons retenu huit configurations, correspondant à des distributions de probabilités relativement distinctes (figure 22). Le programme et son algorithme sont donnés dans l'annexe 4.

<sup>7</sup> Arthur et al. [1987].

Enfin, le cadre théorique énoncé par Pólya et Eggenberger [1923] traite d'un cas particulier, où la probabilité de tirer une couleur est exactement égale à la proportion de boules de cette couleur. Arthur, Ermoliev et Kaniovski [1987] ont alors généralisé ce processus en considérant cette probabilité comme une fonction des proportions de chaque type de boules. Dans ce cas, le processus converge sur le long terme vers un vecteur de proportions stable, représenté par un des points fixes de la relation entre les proportions et les probabilités de tirage. Il peut donc y avoir multiplicité des équilibres<sup>8</sup>.

### **B. – La propriété d'inflexibilité (*lock-in*)**

De manière générale, les petits événements, qui interviennent dans les processus *path-dependent*, ont des conséquences cumulatives à l'origine de fortes inerties au retour. « *Path-dependence defines the set of dynamic processes where small events have long-lasting consequences that economic action at each moment can modify yet only to a limited extent* »<sup>9</sup>.

L'inflexibilité (*lock-in*) constitue alors une propriété fondamentale du modèle de Arthur [1988a, 1988b, 1989]. Une situation de *lock-in* (verrouillage technologique) émerge au moment où l'importance de la base installée de l'une des deux technologies l'emporte sur les préférences initiales des agents, qui sont amenés à renverser leur choix. En d'autres termes, l'écart qui se creuse entre les niveaux d'adoption procure une avance suffisante dans le rendement d'une des deux technologies pour que les agents l'adoptent massivement, quelles que soient leurs préférences naturelles. Il existe donc un seuil à partir duquel le différentiel dans les niveaux d'adoption conduit une technologie à gagner la compétition.

La question qui se pose est donc la suivante. Quel est le nombre nécessaire d'adopteurs de la technologie *A* (comparativement à celui de la technologie *B*), pour que le *lock-in* se fixe sur cette première technologie ? Ce seuil ressort aisément des équations correspondant aux rendements associés à l'adoption des technologies (tableau 5).

---

<sup>8</sup> La multiplicité des équilibres et une autre propriété du modèle de Arthur [1988a, 1988b, 1989]. Nous précisons ce point ultérieurement.

<sup>9</sup> Antonelli [1997], p. 643-644.

Il est déterminé de la manière suivante :

$$a_S + s n_A > b_S + s n_B$$

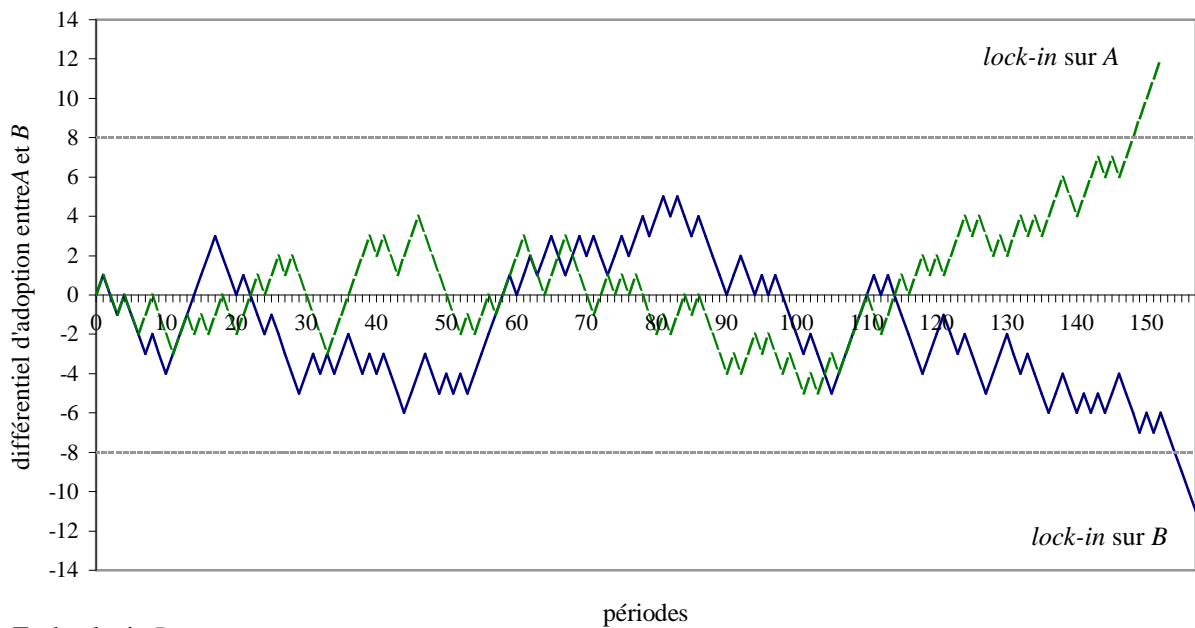
$$\Leftrightarrow n_A - n_B > \frac{b_S - a_S}{s}$$

De manière équivalente, le seuil nécessaire (en termes de nombre relatif d'adoptions) pour que le *lock-in* se fixe sur la technologie *B* est donné par :

$$n_B - n_A > \frac{a_R - b_R}{r}$$

*Figure 23 : Émergence d'une situation de lock-in dans un modèle dynamique à la Pólya-Eggenberger (modèle de compétition technologique à la Arthur)*

Technologie A



Technologie B

La figure 23 représente le processus héréditaire et stochastique qui conduit à l'émergence d'une situation de *lock-in* sur l'une des deux technologies.<sup>10</sup> Les paramètres retenus pour refléter les préférences initiales des utilisateurs sont les suivants:  $a_R = 3$  ;  $a_S = 1$  ;  $b_R = 3$  et  $b_S = 1$ . En d'autres termes, les agents de type *R* ont une préférence trois fois supérieure pour la technologie *A* que pour la technologie *B* (et inversement pour les agents de type *S*). Les rendements d'adoption sont croissants pour les deux technologies. Ils sont fixés à  $r = s = 0,25$ .

Dans ce cas, le seuil à partir duquel le nombre relatif d'adoptions conduit à une situation de *lock-in* est équivalent pour les deux technologies<sup>11</sup>. Il correspond à un différentiel dans la base installée des deux technologies de huit (millions d'unités, par exemple). Ainsi, dès que l'écart entre le nombre d'adopteurs de la technologie *A* et de la technologie *B* a atteint 8 millions d'individus, la technologie la plus avancée (en termes de base installée) gagne la compétition. Son rendement s'est suffisamment accru pour qu'elle profite d'un effet de « verrouillage technologique », qui conduit les usagers potentiels à adopter massivement cette technologie, quelles que soient leurs préférences initiales<sup>12</sup>. Le modèle produit alors de fortes inerties au retour de sorte que, lorsqu'une solution technologique s'est imposée, il devient très difficile de la quitter.

### **C. – La propriété de non prédictibilité**

Une autre propriété du modèle concerne la non-prédictibilité de l'issue finale de la compétition au début du processus. En effet, si la dynamique de ce système se caractérise par une dimension fortement héréditaire (qui fait jouer des mécanismes d'auto-renforcement, notamment en ce qui concerne le rendement de chaque technologie), elle fait également jouer des éléments de dynamique stochastique. Ainsi, la trajectoire d'évolution est parfaitement imprévisible et, tant que l'un des seuils de

---

<sup>10</sup> L'algorithme et le programme informatique que nous avons réalisés pour effectuer ces simulations sont reproduits dans l'annexe 5.

<sup>11</sup> Bien entendu, il est possible d'envisager d'autres situations dans lesquelles le seuil de *lock-in* sera différent pour la technologie *A* et pour la technologie *B*. Les paramètres concernant les rendements d'adoption et la préférence des agents seront alors propres à chaque technologie.

<sup>12</sup> Formellement, cela s'explique par le fait que, dans le cas des rendements croissants d'adoption, le rendement de chaque technologie augmente de façon monotone avec le nombre d'adopteurs de cette même technologie. Le poids du terme  $n_A$  (ou  $n_B$ ) tend donc à s'accroître par rapport à celui de  $a_R$  ou  $a_S$  (de  $b_R$  ou  $b_S$ ).



*lock-in* n'a pas été atteint, toute bifurcation reste encore possible. Les simulations de la figure 19 montrent distinctement les aspects chaotiques de ce système dynamique à la Pólya-Eggenberger (à la fois héréditaire et stochastique). En effet, bien que les deux séries font preuve d'un comportement similaire au cours des six premières périodes, les trajectoires convergent et divergent ensuite vers l'une des deux technologies de manière totalement inattendue.

#### **D. – La propriété de multiplicité des équilibres**

Dès 1891, Marshall insistait dans ses Principes d'Économie Politique que les rendements croissants pouvaient être la source *d'équilibres multiples* (chapitre 13 du livre IV)<sup>13</sup>. En effet, lorsqu'ils ne sont pas compensés par des forces opposées, et qu'ils sont mêlés à des événements aléatoires, les rendements croissants (ou plus généralement les mécanismes d'auto-renforcement) génèrent des rétroactions positives (*positives feedbacks*) qui amplifient les déviations de certains états, alors qualifiés de transitoires ou d'instables. Les divergences exponentielles de ces systèmes non linéaires conduisent à l'existence de plusieurs points fixes, dont une partie seulement constitue des équilibres<sup>14</sup>. Certains auteurs [Krugman, 1991] ont alors souligné le rôle prépondérant de l'histoire dans la dynamique des systèmes soumis à une situation d'équilibres multiples<sup>15</sup>.

*« Tous les points fixes ne sont pas éligibles. Seuls les points fixes “attractifs” ou stables peuvent émerger comme résultat de la compétition, sur le long terme. Là, où de multiples points fixes sont possibles, l'issue finale dépendra donc du chemin emprunté,*

---

<sup>13</sup> Pour une approche plus moderne des équilibres multiples et de l'inefficience économique, voir notamment Brown et Heal [1979], et Kehoe [1985].

<sup>14</sup> Ces équilibres constituent des « attracteurs étranges ». En effet, nous avons précisé, au chapitre 2, que pour les systèmes dont le comportement est chaotique, les « attracteurs étranges » correspondent à une région de l'espace des états, qui contient un ensemble de trajectoires stables. On peut donc en déduire que les trajectoires du système convergeront dans cette région, mais l'issue finale reste largement imprévisible. Néanmoins, ces processus *path-dependent* ne répondent pas à la propriété d'ergodicité. En effet, contrairement aux chaînes de Markov ergodiques (en apparence chaotiques mais en réalité en partie déterminées), le vecteur de probabilité de long terme ne peut pas être connu au début du processus. Au contraire, il dépend entièrement des mouvements aléatoires qui se sont produits tout au long de la trajectoire.

<sup>15</sup> Pour une synthèse, se reporter à Lordon [1996].

*c'est-à-dire du cumul des événements hasardeux qui seront apparus tout au long de ce chemin »<sup>16</sup>.*

En règle générale, seuls les attracteurs peuvent être déduits des lois gouvernant la dynamique du système. Citant Schelling, Arthur [1988a] donne l'exemple pratique d'un groupe de personnes souhaitant s'asseoir (aléatoirement) les unes à côté des autres dans un auditorium. Dans ce cas, le nombre d'états stables, ou « équilibres », correspond à une combinatoire. Dans les modèles de compétition technologique à la Arthur [1988a, 1988b, 1989], il s'agit simplement du nombre de technologies en compétition. Les simulations de la figure 23 font clairement apparaître l'existence de ces équilibres multiples.

#### **E. – La propriété d'inefficiences économiques possibles**

Enfin, la dernière propriété concerne l'inefficience économique. Dans la mesure où la dynamique de ces systèmes équivoques intègre des éléments stochastiques (concrétisés par de « petits événements inconnus »), rien ne permet d'assurer que l'équilibre, qui s'établira en dernier ressort, sera économiquement efficient.

*« If one technology is inherently “better” than the other (under some measure of economic welfare), but has “bad luck” in gaining early adherents, the eventual outcome may not be maximum possible benefit »<sup>17</sup>.*

En effet, le modèle de Arthur [1988a, 1988b, 1989] reprend l'hypothèse de Schmookler [1966] et des théories du *demand-pull* selon laquelle le taux d'innovation dépend directement du niveau de la demande. Ainsi, dans le second modèle, l'accroissement du nombre d'utilisateurs d'une technologie entraîne la localisation du progrès technique sur elle (externalité indirecte de réseau). Cette technologie s'améliore et accroît son rendement, devenant ainsi plus attractive pour les utilisateurs potentiels. Cette séquence dans l'adoption des technologies est donc cruciale car elle spécifie laquelle des deux technologies en compétition rassemblera un nombre suffisamment

---

<sup>16</sup> Foray [1989], p. 24.

<sup>17</sup> Arthur [1988a], p. 10.

grand d'utilisateurs pour établir une situation de verrouillage technologique (*lock-in*). Ainsi, selon que des agents de type *R* ou *S* apparaîtront successivement sur le marché, la technologie *A* ou *B* sera massivement adoptée, augmentant la valeur de son réseau, et se rapprochant de l'écart critique entre le niveau d'adoption des deux technologies concurrentes. Cependant, dans la mesure où l'arrivée des agents sur le marché dépend de « petits événements inconnus », la localisation du progrès technique s'effectue indépendamment des caractéristiques techniques et du potentiel de développement de la technologie. Le risque de sélection d'une technologie relativement sous-efficace est donc patent.

Les mécanismes desquels sont susceptibles d'apparaître ces inefficiences ont été largement présentés et commentés dans la littérature économique, notamment au travers des exemples désormais célèbres du clavier Qwerty ou du format d'enregistrement vidéo VHS (*Video Home System*). Ainsi, David [1985, 1986] a montré comment certains « accidents historiques », dont les conséquences sont amplifiées par les rendements croissants d'adoption, ont finalement conduit à l'établissement du standard de clavier Qwerty, bien que d'autres configurations (notamment le clavier Dvorak) eurent été plus efficaces. De la même façon, la concurrence entre les formats de cassette vidéo VHS et Betamax a été abondamment utilisée pour illustrer l'apparition d'inefficiences économiques sur les marchés, dans le cadre d'une compétition entre standards<sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup> Liebowitz et Margolis [1990] s'opposent à l'interprétation de David [1985, 1986]. Selon eux, les agents économiques rencontrent de nombreuses opportunités leur permettant d'évoluer vers un standard supérieur, et une situation dans laquelle un standard inférieur perdurerait sur le marché est donc difficilement envisageable. Après avoir consulté certaines études concernant l'ergonomie et les autres caractéristiques techniques des deux types de clavier, les auteurs concluent à leur équivalence technique. De la même façon, les auteurs démentent la supériorité technique du format Betamax sur le VHS [Liebowitz et Margolis, 1994, 1995a, 1995b]. Ils qualifient alors de « stérile » un modèle dans lequel aucun rôle n'est accordé aux entrepreneurs. Il n'y a pas de garanties pour le produit, pas de marché de location, pas de fusions entre les firmes, pas de prix de pénétration, pas de publicité, pas de marketing, etc.

## Bibliographie :

ANTONELLI C. (1997), « The economics of path-dependence in industrial organization », International journal of industrial organization, vol. 15, pp. 643-675.

ARTHUR W.B., ERMOLIEV Y., KANIOVSKI Y. (1987), « Path-dependent processes and the emergence of macro-structure », European journal of operational research.

ARTHUR W.B. (1988a), « Self-reinforcing mechanisms in economics », *in* P. Anderson, K.J. Arrow and D. Pines (éds), The Economy as an evolving complex system, Addison-Wesley, Reading (Mass.) pp. 9-29.

ARTHUR W.B. (1988a), « Self-reinforcing mechanisms in economics », *in* P. Anderson, K.J. Arrow and D. Pines (éds), The Economy as an evolving complex system, Addison-Wesley, Reading (Mass.) pp. 9-29.

ARTHUR W.B. (1988b), « Competing technologies : an overview », *in* G. Dosi et al. (éds), *op. cit.*, pp. 590-607.

ARTHUR W.B. (1989), « Competing technologies, increasing returns, and lock-in by historical events », The economic journal, vol. 99, n°394, pp. 116-131.

BROWN D. & HEAL G. (1979), « Equity, efficiency and increasing returns », Revue of economic studies, vol. 46, pp. 571-585.

DAVID P. (1985), « Clio and the economics of QWERTY », American economic review, vol. 75, n°2, pp. 332-337.

DAVID P. (1986), « Understanding the economics of QWERTY : the necessity of history », *in* Parker (ed.), Economic history and the modern economist, Basil Blackwell, Oxford.

DOSI G., ERMOLIEV Y., KANIOVSKI Y. (1994), « Generalized urn schemes and technological dynamics », Journal of mathematical economics, vol. 23, n°1, pp. 1-19.

FARRELL J. & SALONER G. (1985), « Standardization, compatibility and innovation », Rand journal of economics, vol. 16, pp. 70-83.

FARRELL J. & SALONER G. (1986a), « Installed base and compatibility : innovation, product preannouncements, and predation », American economic review, vol. 76, n°5, pp. 940-955.

FARRELL J. & SALONER G. (1986b), « Standardization and variety », Economic letters, vol. 20, pp. 71-74.

FORAY D. (1989), « Les modèles de compétition technologique : une revue de la littérature », Revue d'économie industrielle, n°48, pp. 16-34.

KATZ M.L. & SHAPIRO C. (1986), « Technology adoption in the presence of network externalities », Journal of political economy, vol. 94, n°4, pp. 822-841.

KEHOE T.J. (1985), « Multiplicity of equilibria and comparative statics », Quarterly journal of economics, vol. 100, pp. 119-147.

KRUGMAN P. (1991), « History vs. expectations », Quarterly journal of economics.

LIEBOWITZ S.J. & MARGOLIS S.E. (1990), « The fable of the keys », Journal of law and economics, vol. 33, n°1, pp. 1-26.

LIEBOWITZ S.J. & MARGOLIS S.E. (1994), « Network externality : an uncommon tragedy », Journal of economic perspectives, vol. 8, n°2, pp. 133-150.

LIEBOWITZ S.J. & MARGOLIS S.E. (1995a), « Are network externalities a new source of market failure ? », Research in law and economics, vol. 17, pp. 1-22.

LIEBOWITZ S.J. & MARGOLIS S.E. (1995b), « Path dependence, lock-in and history », Journal of law, economics, and organization, vol. 11, pp. 205-226.

LIEBOWITZ S.J. & MARGOLIS S.E. (1998a), « Path dependence », The new Palgrave's dictionary of Economics and the Law, MacMillan, London.

LIEBOWITZ S.J. & MARGOLIS S.E. (1998b), « Network externalities (effects) », The new Palgrave's dictionary of Economics and the Law, MacMillan, London.

LORDON F. (1996), « Formaliser la dynamique économique historique », Economie appliquée, tome 49, n°1, pp. 55-84.